Click Here

Come dimostrare che un triangolo è isoscele

Domanda di: Sig.ra Maika Rossetti | Ultimo aggiornamento: 14 dicembre 2021 Valutazione: 4.6/5 (46 voti) Se un triangolo ha due angoli congruenti, allora è isoscele (rispetto al lato compreso tra gli angoli congruenti preso come base). Come si fa a dimostrare che due triangoli sono congruenti? Il primo criterio di congruenza stabilisce che due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso. Se a=a', b=b' e Y=Y' allora i due triangoli sono congruenti tra loro. ... Se a=a', γ=γ' e β=β' allora i due triangoli sono congruenti tra loro. Come dimostrare i triangoli? Angoli congruenti Presupponiamo di conoscere che i lati AC e AB sono uguali; quindi, ci sarà sufficiente dimostrare che gli angoli alla base sono congruenti per dimostrare che anche AC e AB hanno la stessa lunghezza e quindi che il triangolo è isoscele.Se i due triangoli sono triangoli isosceli e hanno uguali gli angoli al vertice, allora hanno tutti gli angoli uguali! Infatti la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°. perchè sono uguali).Equivalenze notevoli tra poligoni - due triangoli con la stessa base e la stessa altezza sono equivalenti. - Un triangolo è equivalente ad un parallelogramma che ha come base un segmento pari alla metà della base del triangolo e la stessa altezza. Teorema: Se due parallelogrammi hanno congruenti le basi e le altezze corrispondenti, allora sono equivalenti. Per dimostrare il teorema sovrapponiamo le basi dei due parallelogrammi. Si evidenziano così due triangoli ed un trapezio. Il teorema della bisettrice afferma che la bisettrice di un angolo interno di un triangolo divide il lato opposto in parti proporzionali agli altri due lati. Scegliamo un angolo e rappresentiamo in blu la bisettrice dell'angolo del triangolo, che incontrerà il lato opposto nel punto D. del triangolo. - il triangolo equilatero, un caso particolare di triangolo acutangolo isoscele con tre lati congruenti e tre angoli della stessa ampiezza. due triangoli rettangoli sono congruenti quando hanno due cateti congruenti. due triangoli rettangoli sono congruenti quando hanno uno degli angoli acuti e l'ipotenusa, oppure un cateto, congruenti. due triangoli rettangoli sono congruenti quando hanno un cateto e l'ipotenusa congruenti. Due triangoli equilateri sono congruenti se hanno lo stesso perimetro. Dimostra che due triangoli equilateri che hanno in comune la base sono congruenti. Se in due triangoli sono congruenti due coppie di lati e la mediana relativa ad uno di essi, allora i due triangoli sono congruenti. In geometria, si definisce triangolo isoscele un triangolo che possiede due lati congruenti. Vale il seguente teorema: "Un triangolo è isoscele se e solo se ha due angoli congruenti". Questo teorema costituisce la quinta proposizione del Libro I degli Elementi di Euclide ed è noto come pons asinorum. ipotenusa è uno dei lati del triangolo, il cateto maggiore è la bisettrice e il cateto minore è il valore della base diviso due. Per calcolare la bisettrice, quindi, non dovete far altro che applicare la formula del teorema di Pitagora. Cateto maggiore = ? $ipotenusa^2$-cateto $minore^2$. Detti a, b, c i lati del triangolo, le misure delle mediane relative ai lati sono date dalle seguenti formule: Mediana relativa al lato a è $m(a) = ½ \sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$; Mediana relativa al lato b è $m(b) = ½ \sqrt{a^2 + c^2 - b^2}$; Mediana relativa al lato c è $m(c) = ½ \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$. Congruenza di triangoli Anche in questo caso possiamo dire che due triangoli sono congruenti quando sono perfettamente sovrapponibili, punto per punto. In due triangoli congruenti, lati corrispondenti e angoli corrispondenti sono congruenti: quindi hanno la stessa misura! TEOREMA (Primo criterio di congruenza): Se due triangoli hanno rispettivamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, allora sono congruenti. TEOREMA (Secondo criterio di congruenza): Se due triangoli hanno rispettivamente congruenti due angoli e il lato tra essi compreso, allora sono congruenti. due triangoli sono simili se hanno tutti gli angoli uguali e i lati corri- spondenti in proporzione. gli angoli indicati con lo stesso simbolo sono uguali tra loro; • la lunghezza di ogni lato del secondo triangolo è uguale ai 3/2 della lun- ghezza del corrispondente lato del primo triangolo. Si dice che le due figure non sono perfettamente sovrapponibili, quindi non sono congruenti. (Si vedeva anche a occhio che non erano perfettamente sovrapponibili). Congruente: cosa vuol dire in geometria Si tratta di un termine molto utilizzato in geometria e che va ad indicare due figure che hanno la stessa forma e le stesse dimensioni quindi quando sono perfettamente sovrapponibili. ... Due triangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti due angoli e un lato. La classificazione in base ai lati distingue tra triangoli equilateri, isosceli e scaleni; la classificazione in base agli angoli distingue tra triangoli equiangoli, acutangoli, ottusangoli e rettangoli. Angolo retto. L'angolo retto misura 90° e i lati sono ortogonali. ... Angolo nullo. L'angolo nullo misura zero gradi. ... Angolo acuto. L'angolo acuto è un angolo con i gradi compresi tra 0° e 90°. ... Angolo ottuso. L'angolo ottuso è un angolo con i gradi compresi tra 90° e 180°. ... Angolo convesso. ... Angolo concavo. Un triangolo è isoscele se ha solo due lati uguali. Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono sempre acuti (ossia minore di 90° gradi)i e congruenti (ossia di uguale ampiezza). Usa un righello o la base del goniometro per tracciare una retta che unisce il vertice dell'angolo di partenza e il punto che hai appena disegnato. La linea che otterrai sarà la bisettrice dell'angolo. bisettrice nel piano, la bisettrice di un angolo è la retta passante per il vertice che divide l'angolo in due angoli di uguale ampiezza. Ha la proprietà di essere il luogo dei punti equidistanti dalle rette alle quali appartengono i lati dell'angolo. Due angoli opposti al vertice hanno per bisettrici la stessa retta. La bisettrice di un angolo è il luogo dei punti del piano equidistanti dai lati dell'angolo. La bisettrice è dunque quella semiretta, con origine nel vertice dell'angolo, che lo divide in due parti uguali. Due figure piane sono equivalenti (o equiestese) quando hanno la stessa estensione cioè la stessa area. Due figure piane possono avere la stessa area anche se hanno forma diversa. E' facile capire che: Due figure congruenti sono anche equivalenti! Un triangolo è isoscele se e solo se ha due angoli congruenti alla base del triangolo. Questo perché in un triangolo, i lati opposti ad angoli uguali sono uguali. Pertanto, se un triangolo è isoscele allora ha due angoli congruenti. Vale anche l'inverso del teorema, se un triangolo ha due angoli congruenti, allora è un triangolo isoscele. In altre parole, gli angoli congruenti alla base sono una condizione necessaria e sufficiente per un triangolo isoscele. La dimostrazioneLa dimostrazione inversaLa dimostrazione Considero un triangolo isoscele. Per definizione, un triangolo isoscele ha due lati congruenti, ovvero della stessa lunghezza $$ \overline{AC} \cong \overline{BC} $$ In questo caso sono i lati AC e BC mentre il lato AB è la base del triangolo isoscele. Devo dimostrare che il triangolo ha anche due angoli congruenti alla base. Traccio la bisettrice CD dell'angolo γ che taglia a metà l'angolo in due, ottenendo due angoli congruent γ_1 e γ_2. In questo modo ottengo due triangoli rettangolo ACD e BCD. Per il primo principio di congruenza, i triangoli ACD e BCD sono congruenti, perché hanno due lati congruenti CD=CD, AC≅AB e l'angolo tra di essi congruente $\gamma_1 \cong \gamma_2$. I due triangoli hanno il lato CD in comune $$ \overline{CD} \cong \overline{CD} $$ I lati AC e BC congruenti perché ABC è un triangolo isoscele per l'ipotesi iniziale $$ \overline{AC} \cong \overline{BC} $$ Gli angoli γ_1 e γ_2 sono congruenti, ossia hanno la stessa ampiezza, perché l'angolo γ è stato diviso a metà dalla bisettrice. $$ \gamma_1 \cong \gamma_2 $$ Se i due triangoli ACD e BCD sono congruenti, allora hanno tutti i lati e gli angoli congruenti nello stesso ordine. Pertanto, gli angoli alfa e beta sono congruenti. $$ \alpha \cong \beta $$ Questo dimostra che il triangolo isoscele ha gli angoli alla base congruenti. La dimostrazione inversa Ora devo dimostrare l'inverso, ossia se un triangolo ha due angoli congruenti alla base, allora è un triangolo isoscele. Per ipotesi iniziale, considero un triangolo con due angoli congruenti (α≅β) Quindi, per ipotesi iniziale gli angoli alfa e beta sono congruenti. $$ \alpha \cong \beta $$ Devo dimostrare che il triangolo è isoscele. Prolungo i lati AC e BC con due segmenti congruenti AD≅BE Aggiungo gli angoli α' e β' Gli angoli α e α' e gli angoli β e β' sono angoli supplementari perché la loro somma forma un angolo piatto (180°). $$ \alpha + \alpha ' = 180° $$ $$ \beta + \beta ' = 180° $$ Quindi, posso ricavare gli angoli α' e β' per differenza $$ \alpha ' = 180° - \alpha $$ $$ \beta ' = 180° - \beta $$ Sapendo che gli angoli α≅β sono congruenti per l'ipotesi iniziale, deduco che anche gli angoli α' e β' sono congruenti, ossia hanno la stessa ampiezza. $$ \alpha ' = \beta ' $$ A questo punto congiungo il punto A con E e il punto B con D. Per il primo criterio di congruenza, i triangoli ABD e ABE sono congruenti perché hanno un lato in comune (AB), i lati AD≅BE congruenti e gli angoli congruenti α'≅β' tra i due lati $$ ABD \cong ABE $$ Una volta assodato che ABD≅ABE sono congruenti, deduco che tutti i loro lati e angoli sono congruenti nello stesso ordine. Di questi mi interessa soprattutto la congruenza tra i lati BD≅AE $$ \overline{BD} = \overline{AE} $$ La congruenza tra gli angoli δ≅ε E la congruenza tra gli angoli θ≅σ Sapendo che i seguenti angoli sono congruenti $$ \alpha \cong \beta $$ $$ \delta \cong \epsilon $$ Deduco che sono congruenti anche gli angoli $$ \alpha + \delta \cong \beta + \epsilon $$ Per il secondo principio di congruenza, questo mi permette di stabilire la congruenza dei triangoli ACE e BCD perché hanno due lati congruenti AE≅BD e due angoli congruenti α+δ≅β+ε e θ≅σ Di conseguenza, se i triangoli ACE e BCD sono congruenti $$ ACE \cong BCD $$ Deduco che tutti i loro lati e angoli sono ordinatamente congruenti. In particolar modo, sono congruenti i lati AC e BC $$ \overline{AC} \cong \overline{BC} $$ Questo mi permette di affermare che il triangolo ABC è un triangolo isoscele, perché ha due lati congruenti (AC≅BC) Dimostrazione alternativa Considero un triangolo con due angoli congruenti, \(\alpha \cong \beta \). Traccio le bisettrici degli angoli \(\alpha \) e \(\beta \). Poiché questi angoli sono congruenti, anche le loro metà lo saranno: \[A\widehat{B}Q \cong C\widehat{B}Q \cong B\widehat{A}P \cong C\widehat{A}P \] I triangoli \(ABQ \) e \(ABP \) risultano congruenti per il secondo criterio di congruenza (angolo-lato-angolo), poiché condividono il lato \(AB \) e hanno gli angoli adiacenti congruenti \(\alpha \cong \beta \) e \(B\widehat{A}P \cong A\widehat{B}Q \). Dalla congruenza dei triangoli \(ABQ \cong ABP \), segue che tutti i loro lati e angoli corrispondenti sono uguali, in particolare \(AP = BQ \) e \(A\widehat{Q}B = B\widehat{P}A \). Essendo \(A\widehat{Q}B = B\widehat{P}A \) congruenti, anche i loro angolu supplementari devono esserlo: \[C\widehat{P}A = C\widehat{Q}B \] Ora, considero i triangoli \(APC \) e \(BQC \). I triangoli \(APC \) e \(BQC \) risultano congruenti per il secondo criterio di congruenza, poiché hanno un lato congruente \(AP = BQ \) (già dimostrato) e gli angoli adiacenti congruenti \(C\widehat{A}P = C\widehat{B}Q \) e \(C\widehat{P}A = C\widehat{Q}B \). Dalla congruenza dei triangoli \(APC \cong BQC \), segue che tutti i loro lati e angoli corrispondenti sono uguali. In particolare, ottengo: \[AC = BC \] Questo dimostra che il triangolo \(ABC \) è isoscele, poiché ha due lati congruenti. E così via. In questa lezione proponiamo la definizione e tutte le formule del triangolo isoscele, incluse le formule inverse e quelle dirette per calcolare area e altezza. L'elenco vi permetterà di risolvere qualsiasi problema delle Scuole Medie e delle Scuole Superiori.Fatto ciò, ne elenchiamo le proprietà con riferimento agli angoli e alle altezze, e infine vi rimandiamo a un'ampia raccolta di problemi svolti.Nota bene: anche in questo caso vale tutto ciò che abbiamo spiegato nel formulario sul triangolo qualsiasi. Inoltre, trattiamo il caso particolare del triangolo rettangolo isoscele in un approfondimento a parte.IndiceDefinizioneFormuleProprietàApprofondimenti e problemi svoltiIl triangolo isoscele è un triangolo con due lati congruenti, detti lati obliqui, a cui corrispondono due angoli congruenti adiacenti al terzo lato, detto base. L'altezza relativa alla base lo divide in due triangoli rettangoli che hanno come ipotenusa il lato obliquo.È bene precisare che i triangoli isosceli rientrano nella classificazione in base ai lati e non agli angoli. Triangolo isoscele con rappresentazione delle altezze.Anche se, da un certo punto di vista, potrebbero essere classificati in base agli angoli con la congruenza di due angoli interni, è più conveniente fare riferimento ai lati. In questo modo infatti la classificazione generale dei triangoli risulta più semplice e si evitano fraintendimenti.Quando tra poco leggerete le proprietà 8 e 9, il perché vi sarà chiaro.Formule del triangolo isoscele: area, perimetro, lato, base e altezzaPrima di passare all'elenco delle formule dobbiamo chiarire il significato dei simboli.Indichiamo con la base, con l'altezza relativa alla base, con il lato obliquo, con l'altezza relativa al lato obliquo, con il perimetro e con l'area.In tabella evidenziamo le formule principali in grassetto, da cui è possibile ricavare le altre formule inverse e dirette.Perimetro del triangolo isosceleLato obliquo (con perimetro e base)Base (con perimetro e lato)Area del triangolo isosceleAltezza relativa alla base (con area e base)Base (con area e altezza)Area (con lato e altezza)Altezza relativa al lato obliquo (con area e lato)Lato obliquo (con area e altezza)Lato del triangolo isoscele (con il teorema di Pitagora)Altezza relativa alla base (con lato e base)Base (con lato e altezza)I lati obliqui sono congruenti.Gli angoli alla base sono congruenti.Gode di simmetria rispetto all'altezza relativa alla base.Le altezze relative ai lati obliqui sono congruenti.L'altezza relativa alla base lo divide in due triangoli rettangoli congruenti.L'altezza relativa alla base è anche mediana e asse della base, ed la bisettrice dell'angolo al vertice.Un triangolo equilatero è anche isoscele, ma il viceversa in generale non è vero.Un caso particolare è dato dal triangolo rettangolo isoscele, che è un triangolo sia isoscele che rettangolo.Può essere acutangolo, rettangolo oppure ottusangolo.Riguardo alla proprietà 6, potete leggere: altezza, mediana, bisettrice e asse.Approfondimenti e problemi svoltiSe volete esercitarvi, avete a disposizione una scheda correlata di esercizi svolti e un calcolatore online. Non solo!Su YouMath potete trovare tutte le risorse che vi servono con la barra di ricerca interna, a cominciare dagli approfondimenti in cui applichiamo le formule in esempi guidati:perimetro del triangolo isoscelearea del triangolo isoscelealtezza del triangolo isoscele.Tchau, see you soon guys! Fulvio Sbranchella (Agente Ω)Ultima modifica: 14/03/2024 Ciao mi servirebbe una dritta per una dimostrazione riguardante il triangolo isoscele. Vi sarei molto grato se poteste aiutarmi.Nel triangolo isoscele ABC traccia sui lati congruenti AB e AC, rispettivamente, due punti M e N tali che AM ≡ AN. Indica con H il punto di intersezione di MC con NB. Dimostra che il triangolo MNH è isoscele.Grazie 1000!Domanda di DamSoluzioniPer prima cosa disegna la figura.Dobbiamo dimostrare che gli angoli BCH e CBH sono congruenti, con questo avremo che il triangolo BCH è un triangolo isoscele.Intanto sappiamo che ABC=ACB, perchè il triangolo è isoscele.Se dimostriamo che gli angoli MBH e NCH sono uguali, abbiamo finito (infatti CBH=CBM-MBH e BCH=ACB-NCH).Considera i due triangoli MBN e MCN:- gli angoli BMN e CNM sono uguali poichè angoli della base di un trapezio isoscele, MNCB;- MB=NC perchè AB=AC e AM=AN;- MN=MN (lato in comune)quindi i due triangoli per il primo criterio di congruenza (2lati+angolo compreso uguali) sono congruenti, quindi in particolare sono uguali gli angoli MBH=NCH.Da ciò deriva che il triangolo BHC è isoscele, in base all'osservazione fatta all'inizio.Namasté - Agente scusa omega...ma sono un tantino inguaiato....come faccio a dimostrare che il triangolo MNH è iscoscele? non ho capito comunque se non ti va di rispiegarmelo ti capisco..scusagrazieMacché "scusa"??!?!?! Stai scherzando? Certo che mi va di rispiegartelo!Se la dimostrazione ti è chiara, l'obbiettivo è "dimostrare che MNH è isoscele".Un triangolo è isoscele se ha i lati obliqui uguali tra loro.Quindi in alternativa l'obbiettivo è "dimostrare che i lati obliqui sono uguali."I lati obliqui sono MH e NH.Guarda la figura. Sei d'accordo che se il triangolo BHC è isoscele allora i lati BH e CH sono uguali e quindi i lati MH e NH sono uguali?Se sì, possiamo trasformare l'obbiettivo in "dimostrare che il triangolo BHC è isoscele".Che equivale a "dimostrare che gli angoli BHC e HCB sono uguali"che poi è quello che ho fatto.[ho scelto di dimostrare che il triangolo BHC è isoscele perchè è più semplice da vedere...]Così è più chiaro? ho capito fino al fatto che i due triangoli MBN e MCN sono congruenti per il primo criterioPoi da "in particolare" in poi non mi è chiaroe nemmeno il motivo per cui noi possiamo passare dai due triangoli che sopra ho citato..al triangolo (e ai suoi angoli) BHCaspetta aspetta....forse ho capito...gli angoli HBC e HCB sono congruenti possiamo dire per "differenza" tra i due angoli congruenti del triangolo ABC e i due angoli congruenti dell' " in particolare"???ho capito fino al fatto che i due triangoli MBN e MCN sono congruenti per il primo criterioPoi da "in particolare" in poi non mi è chiaroDato che i triangoli MBN e CNM sono congruenti, tutte i loro rispettivi angoli e lati sono uguali, quindi in particolare sono uguali gli angoli MBN e MCN.Allora abbiamo cheABC-MBH=ACB-NCHossiaHBC=HCBe nemmeno il motivo per cui noi possiamo passare dai due triangoli che sopra ho citato..al triangolo (e ai suoi angoli) BHCQuesto lo possiamo fare perchè il trapezio MNCB è isoscele, quindi le diagonali MC, BN sono congruenti. Dunque se BHC è isoscele, lo sarà anch MNH. Impara ad utilizzare il Teorema del triangolo isoscele (se un triangolo è isoscele, allora ha (anche) due angoli congruenti) e il suo Teorema inverso. Impara ad utilizzare la proprietà del triangolo isoscele: la bisettrice dell’angolo al vertice è anche mediana e altezza. Vuoi imparare tutte le proprietà dei triangoli isosceli e equilateri? Sei nella lezione giusta! Hai imparato a classificare i triangoli e i criteri di congruenza, ora puoi imparare le loro proprietà più importanti, a partire dal triangolo isoscele! In questa lezione imparerai: Teorema del triangolo isoscele: quali sono e come si dimostrano i teoremi dei triangoli isosceli Bisettrice del triangolo isoscele: quali proprietà ha la bisettrice di un triangolo isoscele Proprietà del triangolo equilatero: quali sono le proprietà di un triangolo equilatero I prerequisiti per imparare a conoscere i triangoli isosceli e le loro proprietà sono: bisettrice, mediana, altezza classificazione dei triangoli. I triangoli isosceli sono quelli con due lati congruenti. Teorema del triangolo isoscele: Se un triangolo è isoscele, allora ha (anche) due angoli congruenti. Per dimostrare il teorema del triangolo isoscele tracciamo la bisettrice dell’angolo opposto alla base e troviamo così due nuovi triangoli, a questi applichiamo il primo criterio di congruenza per concludere che i due angoli alla base sono congruenti. Inverso del teorema del triangolo isoscele: Se un triangolo ha due angoli congruenti allora è isoscele … ha quindi anche due lati congruenti. Per dimostrare l’inverso del teorema del triangolo isoscele prolunghiamo i due lati obliqui (quelli uguali!) di due segmenti congruenti, poi applichiamo il teorema del triangolo isoscele appena dimostrato e i primi due criteri di congruenza ai triangoli che abbiamo ottenuto con la nostra costruzione. Il teorema del triangolo isoscele e il suo inverso si possono scrivere in un solo enunciato:“Condizione necessaria e sufficiente affinché un triangolo sia isoscele è che abbia due angoli congruenti” Quindi se è isoscele (ha due lati uguali) ha due angoli uguali e se ha due angoli uguali è isoscele (ha due lati uguali). Nei triangoli isosceli: la bisettrice dell’angolo al vertice è anche mediana e altezza. La dimostrazione di questa proprietà dei triangoli isosceli è simile a quella del teorema del triangolo isoscele, tracciamo la bisettrice, applichiamo il primo criterio di congruenza ai due triangoli che abbiamo così costruito e analizziamo i segmenti e gli angoli rimasti per concludere che la bisettrice è anche mediana e altezza! Un triangolo è equilatero quando ha tutti i lati congruenti. Ogni triangolo equilatero è anche isoscele perché ha due lati congruenti.La conseguenza è che possiamo applicare al triangolo equilatero i teoremi del triangolo isoscele: condizione necessaria e sufficiente affinché un triangolo sia equilatero è che abbia i tre angoli congruenti (dal teorema del triangolo isoscele); in un triangolo equilatero ogni bisettrice è anche mediana e altezza (dal teorema della bisettrice del triangolo isoscele).