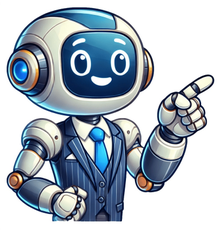
Continue



Te damos la bienvenida a nuestra sección dedicada a la resolución de problemas mediante el método de integración por sustitución. Este enfoque, también conocido como cambio de variable, es una herramienta clave en el mundo del cálculo integral que te permitirá abordar una amplia gama de funciones de manera eficiente. Te guiaremos a través de problemas resueltos que ilustran cómo elegir sustituciones adecuadas para simplificar expresiones más complejas. Cada ejemplo incluirá una descripción paso a paso de la estrategia utilizada, desde la selección de la sustitución hasta la aplicación de la regla de la cadena y la evaluación final. La técnica de integración por sustitución es esencial para enfrentar integrales desafiantes, y su dominio abrirá las puertas a la resolución eficiente de una variedad de problemas matemáticos. Acompáñanos en este viaje educativo donde exploraremos la elegancia y utilidad de la integración por sustitución, y donde desarrollarás las habilidades necesarias para abordar problemas de integración con confianza. 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 3Resolvemos la integral obtenida empleando fracciones parciales La integral es 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 3Resolvemos la integral obtenida empleando fracciones parciales La integral es 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial, para ello despejamos en el cambio de variable inicial Calculamos para el seno y coseno de Así, el resultado se expresa en la variable como 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial, para ello despejamos en el cambio de variable inicial Calculamos para el seno y coseno de Así, el resultado se expresa en la variable como 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial 2Sustituimos en la integral y simplificamos, utilizando 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial 2Sustituimos en la integral y simplificamos, utilizando 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial usando 2Sustituimos en la integral y simplificamos, utilizando 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial usando 2Sustituimos en la integral y simplificamos, utilizando 3Regresamos a la variable inicial usando 11 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 21 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 31 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida empleando fracciones parciales La integral es 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 41 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 51 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 61 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 71 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida empleando fracciones parciales La integral es 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 81 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y para simplificar empleamos identidades trigonométricas 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial, para ello despejamos en el cambio de variable inicial Calculamos para el seno y coseno de Así, el resultado se expresa en la variable como 91 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial, para ello empleamos Así, la solución en termino de la variable inicial es 101 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y para simplificar empleamos identidades trigonométricas 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial, para ello despejamos en el cambio de variable inicial Calculamos para el seno y coseno de Así, el resultado se expresa en la variable como 111 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 121 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 131 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 141 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 151 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos las integrales obtenidas 4Regresamos a la variable inicial 161 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial 171 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos, utilizando 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial 181 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos, utilizando 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial usando 191 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos, utilizando 3Resolvemos la integral obtenida 4Regresamos a la variable inicial usando 201 Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial Realizamos el cambio de variable y calculamos su diferencial 2Sustituimos en la integral y simplificamos, utilizando 3Regresamos a la variable inicial usando A continuación te voy a explicar cómo resolver integrales definidas a las que necesitamos realizar un cambio de variable para resolverlas, con ejercicios resueltos paso a paso. ¡Empezamos! Si has llegado hasta aquí es porque seguramente hay algún ejercicio que no sabes resolver y necesitas clases de matemáticas online. Si después de leer esto, quieres que te ayude a resolverlo o que te despeje alguna duda, puedes hacer dos cosas: o seguir buscando por Internet o contactar conmigo e ir directo al grano y ahorrarte tiempo. Lo que vas a leer es tan sólo un ejemplo de lo que puedo enseñarte con mi método para enseñar matemáticas. Puedo explicarte paso a paso cualquier duda que no entiendas: QUIERO APRENDER MATEMÁTICAS Sólo tienes que dejarte guiar por mí verás como tu nota y tu tiempo libre subirán como la espuma. Además si hay algún concepto sobre polinomios que no entiendas, los tienes todos explicados desde el principio en el Curso de Polinomios. Sólo tienes que ir estudiando cada lección y sin darte cuenta, irás entendiéndolo todo. Además, me puedes preguntar cualquier duda siempre que quieras, una vez estés suscrito. Cómo hacer integrales definidas con cambio de variable Para resolver una integral definida con cambio de variable, además de expresar la función f(x) y dx en función de t (f(t) y dt) también debemos expresar los límites de integración en función de t, ya que están expresados en función de x: Se suelen realiza cambios de variable cuando aparecen funciones trigonométricas o en integrales con radicales que se resuelven con sustituciones trigonométricas. Es más fácil cambiar los límites de integración en función de t, que volver a deshacer el cambio de variable y dejarlo todo de nuevo en función de x, ya que a veces tenemos funciones trigonométricas que nos dificultan este último paso. Si aparecen funciones trigonométricas en la solución de la integral, acuérdate que debes tener la calculadora en radianes para sustituir por los límites de integración. Ejemplo de integrales definidas con cambio de variable Vamos a ver un ejemplo de cómo resolver una integral definida en la que tengamos que realizar un cambio de variable. Tenemos la siguiente integral: Se trata de una integral con radicales, que para resolverla, realizamos el cambio de variable: Derivamos ambos miembros para obtener la equivalencia de dx en función de t: También despejamos t en función de x: Por último, expresamos los límites de integración en función de t: Sustituimos por sus correspondientes expresiones en función de t y operamos. No te olvides de sustituir también los límites de integración: Tenemos una integral racional donde el grado del numerador es mayor que el grado del denominador. Realizando la división de polinomios nos queda: Escribimos la integral como la suma de las integrales de los términos obtenidos: Sacamos fuera las constantes: Y resolvemos aplicando las fórmulas de las integrales inmediatas : Aplicamos la regla de Barrow: Y finalmente operamos para obtener el resultado del área buscada: Ejercicio resuelto de integrales definidas con cambio de variable Calcula el área limitada por la parábola $x=\sqrt{2}x^2$, la circunferencia $x^2+y^2=1$ y el eje OX que aparece rayada en la figura: Empezamos despejando «y» de la fórmula de la circunferencia para convertirla en una función: Calculamos el punto de corte de la función de la circunferencia y la parábola resolviendo el sistema que forman ambas ecuaciones: Tenemos la «y» despejada en ambas ecuaciones, por lo que igualamos los segundos miembros de cada ecuación. Nos queda una ecuación con radicales: Elevamos ambos miembros al cuadrado para eliminar los radicales: Operamos: Reordenamos términos. Nos ha quedado una ecuación bicuadrada: Aplicaremos el siguiente cambio de variable: Nos queda: Resolvemos t: Nos quedamos solo con el primer resultado, ya que con el segundo obtenemos soluciones complejas: Ahora despejamos x en función de t: Por un lado tenemos: Que racionalizando se nos queda: Hacemos lo mismo con el otro resultado: Como el área que queremos calcular está entre x=0 y x=1, nos quedamos sólo con la solución positiva: Ahora, en la segunda ecuación del sistema: Sustuimos x por su valor y operamos: El punto de corte es: Lo indicamos en la gráfica: El área a calcular lo podemos dividir en dos partes: S1, que es el área encerrada entre la parábola y el eje OX, desde x=0 hasta x=√2/2 y S2, que es el área encerrada entre la circunferencia y el eje OX y va desde x=√2/2 hasta x=1: Expresamos cada área con su correspondiente integral: Vamos a resolver por separado cada integral. Empezamos por S1: Sacamos fuera la constante: Resolvemos la integral: Aplicamos la regla de Barrow y operamos: Seguimos con el área S2: Esta integral se trata de una integral de una función irracional que se resuelve mediante la siguiente sustitución trigonométrica: Donde por un lado, derivamos en ambos miembros, para obtener la equivalencia de dx: Y por otro, despejamos t: Al realizar el cambio de variable en la función a integrar, también tenemos que cambiar los límites de integración y expresarlos en función de t (muy importante que la calculadora esté en radianes): La nueva integral con los límites de integración en función de t nos queda: Para resolverla vamos a aplicar algunnos cambios trigonométricos. A partir del teorema fundamental de trigonometría: Despejamos cos t: Sustituimos el radical que tenemos en la integral por cos t y operamos: Para poder resolver la integral que nos queda, realizamos este otro cambio trigonométrico: Realizamos la sustitución en nuestra integral: Separamos la integral como una suma de integrales, una por cada sumando del numerador, manteniendo el denominador: Sacamos fuera las constantes: Integramos cada una de las integrales: Aplicamos la regla de Barrow: Y operamos para obtener la supercie de S2: Por tanto, la superficie total del área sombreada que nos pide el ejercicio es: ¿Necesitas ayuda con las matemáticas? ¿Quieres que te explique cualquier duda que te surja paso a paso? Puedo enseñarte exactamente lo que necesitas aprender para aprobar las matemáticas. He diseñado un método práctico y efectivo que te ayudará a entender las matemáticas, paso a paso, explicándote justo lo que necesitas para saber resolver todos tus ejercicios y problemas. Todo con un lenguaje sencillo y ameno que entenderás perfectamente. Con mi método: Sabrás los pasos exactos que tienes que dar para resolver tus ejercicios y problemas Conseguirás resultados en muy poco tiempo, sin dedicar más horas a intentar entenderlo por tu cuenta sin llegar a ninguna conclusión Suena bien ¿no? ¿Por qué tardar 2 horas buscando por Internet si puedes aprenderlo en menos de 20 minutos? Sé lo que te impide entender las matemáticas y sé lo que necesitas para entenderlas. ¿Quieres informarte de como puedes aprender matemáticas conmigo? Pulsa el botón para saber más: ENSÉÑAME MATEMÁTICAS ©2023 Carlos Martínez MartínezInicio » Integrales por cambio de variable resueltas | 2025 | Ejercicios de integralesA lo largo de esta entrada de mi blog de matemáticas aprenderás a calcular integrales por cambio de variable. Veremos cómo aplicar el método de cambio de variable para resolver integrales de selectividad y otras más sencillas.La idea para resolver integrales por cambio de variable es sencilla; partimos de una integral que depende de una variable, generalmente \(x\), pero que no se puede resolver a simple vista. Con la técnica de integración por cambio de variable, también conocida como método de sustitución, conseguimos escribir la integral original en términos de una nueva variable, normalmente \(t\) que es más sencilla de resolver. Finalmente habrá que deshacer el cambio de variable realizado para obtener la solución en términos de la variable original y así tendríamos resuelta la integral por cambio de variable.Para poder resolver estas integrales normalmente nos proporcionan el cambio de variable que hay que utilizar o seremos nosotros quienes tengamos que plantearlo.Dado que así explicado puede que no esté del todo claro vamos a ver una serie de ejercicios resueltos de integrales por cambio de variable para que esta técnica quede mucho más clara. Es importante mencionar que los ejercicios de integrales por cambio de variable son muy comunes en el curso segundo de bachillerato y en las pruebas de selectividad, pevau o ebau.A continuación vamos a resolver integrales por cambio de variable paso a paso para que puedas aprender correctamente esta técnica de integración. Si tienes dudas o cualquier pregunta puedes plantearla en los comentarios al final de la página.En todos los ejercicios de integrales por cambio de variable o sustitución encontrarás la integral planteada en verde y el cambio de variable que vamos a usar en color rojo.$$\int\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}dx \qquad\qquad cv:1+\sqrt{x}=t$$Para resolver esta integral por cambio de variable debemos lograr expresar todo lo que dependa de \(x\) de dentro de la integral (incluido el diferencial) en términos de la nueva variable \(t\) usando el cambio de variable proporcionado.Comenzamos trabajando el cambio de variable para obtener el diferencial de \(x\) en términos de \(t\). Para ello, es buena idea despejar el valor de \(x\) en la expresión del cambio y posteriormente derivar para obtener los diferenciales.$$1+\sqrt{x}=t\Leftrightarrow \sqrt{x}=t-1\Leftrightarrow x=(t-1)^2$$Si derivamos a la izquierda respecto de \(x\) y a la derecha respecto de \(t\) obtenemos los diferenciales,$$dx=2(t-1)dt$$A continuación vamos a sustituir toda la información en la integral original obteniendo una nueva integral que solo dependa de \(t\),$$\int\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}dx=\int\dfrac{1}{t}\cdot 2(t-1)dt=2\int\dfrac{t-1}{t}dt$$Aplicando algunas propiedades más de las integrales podemos resolver la integral obteniendo,$$2\left( \int 1dt -\int \dfrac{1}{t}dt\right)=2(t-\ln(t))$$Hemos resuelto la integral que dependía de la variable \(t\), como la integral original dependía de \(x\) solo tenemos que escribir el resultando sustituyendo los valores de \(t\) mediante el cambio de variable. Así el resultado de la integral es,$$\int\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}dx=2(1+\sqrt{x}-\ln(1+\sqrt{x}))+C$$$$\int\dfrac{1}{e^x+e^{-x}}dx \qquad \qquad cv: e^x=t$$Para resolver esta integral por el método de sustitución no vamos a despejar la variable \(x\) como en el ejercicio anterior ya que solo obtendríamos un logaritmo que no nos facilitaría mucho el trabajo. Lo que vamos a hacer es derivar directamente el cambio de variable para obtener los diferenciales,$$e^xdx=dt$$Despejando \(dx\) obtenemos,$$dx=\dfrac{dt}{e^x}=\dfrac{dt}{t}$$El problema lo vamos a tener a la hora de sustituir en la integral. El valor \(e^x\) se puede sustituir sin problemas por \(t\) pero, ¿cómo expresamos \(e^{-x}\) en términos de \(t\)?. Solo tenemos que recordar que,$$e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}=\dfrac{1}{t}$$Sustituyendo toda la información en la integral obtenemos,$$\int\dfrac{1}{e^x+e^{-x}}dx=\dfrac{1}{\left(t+\dfrac{1}{t} \right)}\cdot \dfrac{dt}{t}=\int \dfrac{1}{t^2+1}dt=\text{arctg}(t)$$Finalmente deshacemos el cambio de variable para terminar esta integral por sustitución obteniendo,$$\int\dfrac{1}{e^x+e^{-x}}dx=\text{arctg}(e^x)+C$$$$\int x^2\sqrt{x+1}dx \qquad \qquad cv:t=\sqrt{x+1}$$En esta ocasión conviene nuevamente despejar la variable \(x\) del cambio de variable para posteriormente derivar y obtener el diferencial.$$t=\sqrt{x+1}\Leftrightarrow t^2=x+1 \Leftrightarrow x=t^2-1$$Derivando a la izquierda respecto de \(x\) y a la derecha respecto de \(t\) obtenemos,$$dx=2tdt$$Sustituyendo en la integral podemos escribir,\begin{align}\int x^2\sqrt{x+1}dx& =\int (t^2-1)^2\cdot t\cdot 2tdt=\int (t^4+1-2t^2)2t^2dt=\int 2t^6+2t^2-4t^4dt \\ \\&= \dfrac{2t^7}{7}+\dfrac{2t^3}{3}-\dfrac{4t^5}{5}\end{align}Deshaciendo el cambio de variable obtenemos,$$\int x^2\sqrt{x+1}dx=\dfrac{2(\sqrt{x+1})^7}{7}+\dfrac{2(\sqrt{x+1})^3}{3}-\dfrac{(4\sqrt{x+1})^5}{5}+C$$$$\int\dfrac{x^2}{x^3+1}dx \qquad\qquad cv:t=x^3+1$$Para resolver esta integral comenzamos despejando el valor \(x^3\) del cambio de variable,$$t=x^3+1\Leftrightarrow x^3=t-1$$Buscamos los diferenciales obteniendo en esta ocasión,$$3x^2dx=dt$$Y podemos obtener la siguiente expresión,$$x^2dx=\dfrac{dt}{3}$$Sustituyendo en la integral tenemos,$$\int\dfrac{x^2}{x^3+1}dx=\int\dfrac{1}{t}\dfrac{dt}{3}=\dfrac{1}{3}\int\dfrac{1}{t}dt=\dfrac{1}{3}\ln(t)$$Deshaciendo el cambio de variable obtenemos,$$\int\dfrac{x^2}{x^3+1}dx=\dfrac{1}{3}\ln(x^3+1)+C$$$$\int xe^{-x^2}dx \qquad\qquad cv:t=-x^2$$Comenzamos despejando el valor \(x^2\) del cambio de variable obteniendo,$$x^2=-t$$Derivando para obtener los diferenciales se tiene,$$2xdx=-dt\Leftrightarrow xdx=-\dfrac{dt}{2}$$Reescribiendo la integral original y sustituyendo los valores obtenidos podemos escribir,$$\int xe^{-x^2}dx=\int e^{-x^2}xdx=\int e^t\cdot\left(-\dfrac{dt}{2} \right)=-\dfrac{1}{2}\int e^tdt=-\dfrac{1}{2}e^t$$Finalmente, podemos deshacer el cambio de variable utilizado para obtener,$$\int xe^{-x^2}dx=-\dfrac{1}{2}e^{-x^2}+C$$$$\int\text{sen}(\sqrt{x})dx \qquad\qquad cv:\sqrt{x}=t$$Comenzamos despejando el valor \(x\) del cambio de variable elevando la expresión al cuadrado.$$\sqrt{x}=t\Leftrightarrow x=t^2$$Ahora podemos obtener los diferenciales facilmente,$$dx=2tdt$$Sustituyendo en la integral original obtenemos,$$\int\text{sen}(\sqrt{x})dx=\int \text{sen}(t)\cdot 2tdt=2\int \text{sen}(t)\cdot tdt$$Esta nueva integral que hemos obtenido no se puede resolver de forma inmediata. De manera más concreta, es una integral que tendremos que resolver aplicando la técnica de integración por partes.$$\begin{matrix}u=t & du=dt \\dv=\text{sen}(t)dt & v=-\text{cos}(t)\end{matrix}$$Aplicando la fórmula de integración por partes obtenemos,\begin{align}2\int \text{sen}(t)\cdot tdt=&2\left( t(-\text{cos}(t))-\int -\text{cos}(t)dt \right) \\ \\&= -2t\text{cos}(t)+2\int \text{cos}(t)dt \\ \\&=-2t\text{cos}(t)+2\text{sen}(t)\end{align}Ahora tenemos que deshacer el cambio de variable original obteniendo,$$-2\sqrt{x}\,\text{cos}(\sqrt{x})+2\,\text{sen}(\sqrt{x})=2\,(\text{sen}(\sqrt{x})-\sqrt{x}\,\text{cos}(\sqrt{x}))+C$$$$\int\dfrac{1}{x(\ln(x))^2}dx \qquad\qquad cv:t=\ln(x)$$Para resolver la integral comenzamos trabajando con el cambio de variable. En esta ocasión no es necesario despejar la variable \(x\) ya que obtendríamos una exponencial por lo que directamente podemos derivar para obtener los diferenciales.$$dt=\dfrac{1}{x}dx \Leftrightarrow dx=dt\cdot x$$En esta ocasión vamos a dejar un término \(x\) en el diferencial que posteriormente se anulará al escribir la integral. Veámoslo,\begin{align}\int\dfrac{1}{x(\ln(x))^2}dx&=\int\dfrac{1}{\cancel{x}\cdot t^2}dt\cdot \cancel{x}=\int \dfrac{1}{t^2}dt \\ \\&= \int t^{-2}dt=\dfrac{t^{-1}}{-1}=-\dfrac{1}{t}\end{align}Deshaciendo el cambio de variable podemos escribir,$$\int\dfrac{1}{x(\ln(x))^2}dx=-\dfrac{1}{\ln(x)}+C$$$$\int\dfrac{3x}{\sqrt[3]{x^2+3}}dx \qquad \qquad cv: t=x^2+3$$Comenzamos como siempre, trabajando el cambio de variable. En esta ocasión despejamos el término \(x^2\) obteniendo,$$x^2=t-3$$Podemos calcular los diferenciales y despejar un término que aparece en la integral,$$2x\cdot dx=dt\Leftrightarrow x\cdot dx=\dfrac{dt}{2}$$Vamos a escribir la integral inicial de una forma que nos permita sustituir de manera más sencilla,\begin{align}\int\dfrac{3x}{\sqrt[3]{x^2+3}}dx&=3\int\dfrac{x\cdot dx}{\sqrt[3]{x^2+3}}dx \\ \\&=3\int \dfrac{dt/2}{\sqrt[3]{t-3+3}}=\dfrac{3}{2}\int\dfrac{dt}{\sqrt[3]{t}} \\ \\&=\dfrac{3}{2}\int t^{-1/3}dt=\dfrac{3}{2}\dfrac{t^{2/3}}{2/3}=\dfrac{9}{4}t^{2/3}\end{align}Deshaciendo el cambio de variable obtenemos,$$\int\dfrac{3x}{\sqrt[3]{x^2+3}}dx=\dfrac{9}{4}(x^2+3)^{2/3}+C$$$$\int\dfrac{\text{arctg}(x/2)}{4+x^2}dx \qquad\qquad cv:\text{arctg}(x/2)=t$$Comenzamos derivando el cambio de variable para obtener los diferenciales. En concreto buscamos una expresión de \(dx\),\begin{align}dt=\dfrac{1}{1+\left(\dfrac{x}{2}\right)^2}dx &\Leftrightarrow dt=\dfrac{1}{1+\dfrac{x^2}{4}}\cdot\dfrac{1}{2}dx \\ \\& \Leftrightarrow dt=\dfrac{1}{\dfrac{4+x^2}{4}}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{4+x^2}dx \\ \\ & \Leftrightarrow dt=\dfrac{2}{4+x^2}dx \Leftrightarrow dx=\dfrac{4+x^2}{2}dt \end{align}Sustituyendo en la integral original obtenemos,$$ \int\dfrac{\text{arctg}(x/2)}{4+x^2}dx=\int\dfrac{t}{\cancel{4+x^2}}\cdot \dfrac{\cancel{4+x^2}}{2}dt =\int\dfrac{t}{2}dt=\dfrac{t^2}{4} $$Deshaciendo el cambio de variable obtenemos,$$ \int\dfrac{\text{arctg}(x/2)}{4+x^2}dx=\dfrac{(\text{arctg}(x/2))^2}{4}+C $$$$\int(e^x+1)^2e^xdx \qquad\qquad cv:e^x+1=t$$Derivando el cambio de variable obtenemos los diferenciales,$$dt=e^xdx$$Sin más, podemos sustituir en la integral planteada obteniendo,$$ \int(e^x+1)^2e^xdx=\int t^2dt=\dfrac{t^3}{3} $$Deshaciendo el cambio de variable obtenemos el resultado final de la integral,$$ \int(e^x+1)^2e^xdx=\dfrac{(e^x+1)^3}{3}+C $$A continuación te dejo una lista de reproducción con vídeos de integrales por cambio de variable resueltas paso a paso y algunas integrales de otro tipo que seguro te resultan de utilidad. Para que puedas seguir practicando ejercicios y viendo si llegas a la solución correcta te dejo esta calculadora de integrales por cambio de variable donde también podrás resolver integrales de otro tipo pero recuerda, si quieres aprender a integrar de forma correcta necesitas conocer la teoría y practicar mucho los ejercicios.Esta es una resolución personal de las integrales por cambio de variable anteriormente planteada por lo que otras soluciones también pueden ser válidas.Si te ha gustado esta entrada de integrales por cambio de variable resueltas y quieres descubrir más material gratuito puedes visitar mi blog de matemáticas. Si te gustaría aprender más sobre matemáticas o estadística puedes visitar mi canal de Youtube donde encontrarás ejercicios resueltos de matemáticas y estadística a todos los niveles. En esta página explicamos el método de integración por sustitución o cambio de variable a través de 4 ejemplos. Como es de suponer por su nombre, el método de sustitución consiste en aplicar un cambio de variable para transformar el integrando en una función más simple de integrar. Notación: escribiremos la función logaritmo natural (logaritmo en base \(e\)) como \(ln(·)\). El método Explicaremos el método mediante ejemplos, pero el esquema es el siguiente (si resulta demasiado técnico, podéis dejarlo pasar). Dada la integral indefinida $$\int{ f(x) dx }$$ 1. Definimos un cambio de variable \(s = h(x)\). 2. Calculamos la inversa del cambio de variable, es decir, \( x = h^{-1}(s)\), y la derivamos: $$ dx = \frac{1}{h'(s)} ds $$ 3. Aplicamos el cambio en la integral: $$ \int{ f(x) dx } = $$ $$ = \int{ f(h^{-1}(s))\cdot \frac{1}{h'(s)} ds }$$ 4. Resolvemos la integral obtenida. 5. Para terminar, deshacemos el cambio de variable (escribimos la primitiva en función de \(x\) en lugar de \(s\)). Como se observa en los ejemplos que veremos, la elección del cambio de variable es la clave para que el método funcione. En la siguiente tabla se recogen los cambios que habitualmente suelen funcionar: Tabla con cambios útiles Nota previa: algunas de las integrales que resolvemos son directas o se pueden resolver mediante otros métodos. Solución: Aplicaremos el cambio de variable Escogemos este cambio porque así, al sustituir en la integral, la raíz cuadrada desaparece. Calculamos la inversa del cambio de variable y derivamos: Sustituimos en la integral (cambiamos \(x\) por \(s^2-1\) y \(dx\) por \(2sds\)): Operamos en el integrando para simplificarlo: Resolvemos la integral: Simplificamos un poco el resultado: Deshacemos el cambio de variable: Como \(s = \sqrt{x+1}\), Por tanto, Nota final: normalmente, para eliminar una raíz cuadrada elegimos el cambio \(s =\) (radicando)\(^2\). Solución: Como se indica en la tabla, cuando tenemos exponenciales aplicamos el cambio \(s = e^x\). Despejamos \(x\) y derivamos: Aplicamos el cambio de variable (escribiendo directamente \(s\) en lugar de \(e^x\) y \(1/s ds\) en lugar de \(dx\)): Simplificamos y resolvemos la integral: Las dos integrales que tenemos son, más o menos, directas: Por tanto, tenemos Deshacemos el cambio de variable: Con lo que la integral inicial es Solución: Tanto el exponente del seno como el del coseno son impares, así que, según la tabla, podemos aplicar el cambio \( s = cos(x)\) o el cambio \( s = sin(x)\). Nos decidimos por el primero: \( s = cos(x)\). Despejamos \(x\) y derivamos: Calculamos el cubo del seno en la nueva variable: Aplicamos el cambio de variable: Simplificamos (las raíces van a desaparecer): Calculamos la integral obtenida: Deshacemos el cambio de variable: Por tanto, Para simplificar el resultado de la siguiente integral, utilizaremos Nota: la resolución de la integral es sencilla, pero bastante larga. Solución: Teniendo en cuenta la tabla, aplicamos el cambio Nota: en los otros casos, la tabla nos proporciona la nueva variable \(s\) en función de \(x\). En este caso, es la inversa. Derivamos: Calculamos \(s\): Sustituimos en la integral: Simplificamos el integrando y resolvemos la integral: Finalmente, deshacemos el cambio de variable: Por tanto, Nota: utilizando fórmulas, el resultado puede simplicarse bastante, pero omitimos este cálculo por su irrelevancia en el método de integración. Más integrales por sustitución: 10 integrales resueltas por cambio de variable. Integration is a way of uniting the part to find a whole. In the integral calculus, we find a function whose differential is given. Thus integration is the inverse of differentiation. Integration is used to define and calculate the area of the region bounded by the graph of functions. The area of the curved shape is approximated by tracing the number of sides of the polygon inscribed in it. This process known as the method of exhaustion was later adopted as integration. We obtain two forms of integrals, indefinite and definite integrals. Differentiation and integration are the fundamental tools in calculus that are used to solve problems in math and physics. The principles of integration were formulated by Leibniz. Let's move further and learn about integration, its properties, and some of its powerful techniques. What is Integration? Integration is the process of finding the area of the region under the curve. This is done by drawing as many small rectangles covering up the area and summing up their areas. The sum approaches a limit that is equal to the region under the curve of a function. Integration is the process of finding the antiderivative of a function. If a function is integrable and if its integral over the domain is finite, with the limits specified, then it is the definite integration. If d/dx(F(x) = f(x), then ∫ f(x) dx = F(x) +C. These are indefinite integrals. For example, let f(x) = x3 be a function. The derivative of f(x) is f'(x) = 3x2 and the antiderivative of 3x2 is f(x) = x3 Function F(x) Derivative F'(x) = f(x) Antiderivative of f(x) x3 + 0 3x2 x3 + ? x3 + 2 3x2 x3 + ? x3 - 4 3x2 x3 + ? Thus we find that the derivatives of F(x) = f(x), however, the anti-derivatives of f(x) are not unique. The anti-derivative of f(x) is a family of infinitely many functions. In fact, there exist infinite integrals of this function because the derivative of any real constant C is zero and we can write as ∫ cos x. dx = sin x + C. It is the rule of integration to add an arbitrary constant C from the set of real numbers. Thus we conclude that, If \(\dfrac{dy}{dx}=f(x)\), then we write \(y=\int f(x) dx\) which is read as "Integral of f with respect to x." Theorem: If F(x) is a particular anti-derivative of f(x) on an interval I, then every anti-derivative of f(x) on I is given by ∫ f(x) dx = F(x) + C. Here, ∫ f(x) dx represents the whole class of integral. C is the arbitrary constant, and all the antiderivatives of f(x) on I can be obtained by assigning a particular value to C. Here f(x) is the integrand, The variable x in dx is called the integrator and the whole process of finding the integral is called the integration. The ∫ sign stands for the sum. Integration an Inverse Process of Differentiation We are given a derivative of a function and are asked to find its primitive, that is, the original function. Such a process is called anti-differentiation or integration. If we are given the derivative of a function, the process of finding the original function is called integration. The derivatives and the integrals are opposite to each other. Consider a function f(x)= sin x. The derivative of f(x) is f'(x) = cos x. We say that the function cos x is the derived function of sin x. Similarly, we say that sin x is the anti-derivative of cos x. Rules of Integration We already know the formulas of derivatives of some important functions. Here are derivatives and their corresponding standard integrals of a few functions given as integration formulas. There are certain rules defined for finding integrals. They include: Sum and Difference Rules: ∫ [f(x)+g(x)] dx = ∫ f(x) dx + ∫ g(x) dx ∫ [f(x)-g(x)] dx =∫ f(x) dx - ∫ g(x) dx Power Rule: ∫ xn dx = (xn+1)/ (n+1)+ C. (Where n ≠ -1) Exponential Rules: ∫ ex dx = ex + C ∫ ax dx = ax /ln(a) + C ∫ ln(x) dx = x ln(x) -x + C Constant Multiplication Rule: ∫ a dx = ax + C, where a is the constant. Reciprocal Rule: Properties of Integration A few properties of indefinite integrals are: ∫ [f(x)±g(x)] dx =∫ f(x) dx ± ∫ g(x) dx ∫ k f(x) dx = k ∫ f(x) dx, where k is any real number. ∫ f(x) dx = ∫ g(x) dx, if ∫ [f(x)-g(x)] dx = 0 The combination of first two properties arise to \(\int [k_1 f_1(x) dx + k_2 f_2 (x) dx + .........k_n f(x)dx]\\\\= k_1\int f_1(x) dx + k_2 \int f_2 (x) dx + .... +k_n \int f(x) dx\) Methods of Integration Sometimes, the inspection is not enough to find the integral of some functions. There are additional methods to reduce the function in the standard form to find its integral. Prominent methods are discussed below. The methods of integration are: Decomposition method Integration by Substitution Integration using Partial Fractions Integration by Parts Method 1: Integration by Decomposition The functions can be decomposed into a sum or difference of functions, whose individual integrals are known. The given integrand will be algebraic, trigonometric or exponential or a combination of these functions. Suppose we need to integrate (x2 -x +1)/x3 dx, we decompose the function as : ∫ (x2 -x +1)/x3 dx = ∫ (x2 /x3 - x /x3 +1/x3 ) = ∫ (1/x)dx - ∫ (1/x2) dx + ∫ (1/x3)dx Applying the reciprocal rule and the power rule, we get ∫ (x2 -x +1)/x3 dx = log|x| + 1/x - 1/2x2 + C Method 2: Integration by Substitution The integration by substitution method lets us change the variable of integration so that the integrand is integrated in an easy manner. Suppose, we have to find y =∫ f(x) dx. Let x=g(t). Then, \(\dfrac{dx}{dt}=g'(t)\). So, y= ∫ f(x) dx can be written as y= ∫ f(g(t)) g'(t). For example, let's find the integral of f(x) = sin(mx) using substitution. Let mx = t. Then, \(m\dfrac{dx}{dt}=1\). \(\begin{align}y&=\int \sin{mx}dx\\&=\dfrac{1}{m}\int \sin{t}dt\\&=-\dfrac{1}{m} \cos{t}+C\\&=-\dfrac{1}{m} \cos{mx}+C\end{align}\) y=∫ sin(mx)dx can be written as ∫ f(g(t)) g'(t)dt Note: The substitution for the variable of integration can also use trignonometric identities. A few important standard results are: ∫ tan x dx = log|secx| +C ∫ cot x dx = log|sin x| +C ∫cosec x dx = log|cosec x -cot x| +C ∫ sec x dx = log|secx + tan x| +C Method 3: Integration using Partial Fractions Suppose we have to find \(y=\int \dfrac{P(x)}{Q(x)} dx\) where \(\dfrac{P(x)}{Q(x)}\) is an improper rational function. We reduce it in such a way that \(\dfrac{P(x)}{Q(x)}=T(x)+\dfrac{P_{1}(x)}{Q(x)}\). Here, T(x) is polynomial in x and \(\dfrac{P_{1}(x)}{Q(x)}\) is proper rational function. The following table shows some rational functions and their corresponding form of partial fractions. For example, let's find the integral of \(f(x)=\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}\) using integration by partial fractions. By using partial fraction we have \(\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{A}{x+1}+\dfrac{B}{x+2} \cdots (1)\). We will determine the values of A and B. On comparing in equation (1), we get 1=A(x+2)+B(x+1). From this, we have a set of two linear equations. A+B=0 and 2A+B =1 On solving these equations we get, A=1 and B=-1. So, equation (1) can be written as \(\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}\). Now, solving the integral \(\begin{align}\int \left(\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}\right)dx\\=\int \left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}\right)dx\\=\log{|x+1|}-\log{|x+2|}+C\\=\log{\left|\dfrac{x+1}{x+2}\right|}+C\end{align}\) Method 4: Integration by Parts This Integration rule is used to find the integral of two functions. By product rule of derivatives, we have \(\dfrac{d}{dx}(uv)=u\dfrac{dv}{dx}+v\dfrac{du}{dx}\;\;\;\;\;\; \cdots (1)\) Integration on both sides of equation (1), we get \(\int u\dfrac{dv}{dx}dx=uv-\int v\dfrac{du}{dx} dx\;\;\;\;\;\; \cdots (2)\) Equation (2) can be written as \(uv=\int u\dfrac{dv}{dx}dx+\int v\dfrac{du}{dx} dx\) Let u=f(x) and \(\dfrac{dv}{dx}=g(x)\). Then, we have \(\dfrac{du}{dx}=f'(x)\) and v = ∫ g(x)dx. So, Equation (2) becomes \(\begin{align}\int f(x) g(x)dx\\=f(x) \int g(x)dx-\int [f'(x) \int g(x)dx]dx\end{align}\) For example, let's find the integral of \(xe^{x}\) using integration by parts. \(\begin{align}\int xe^{x}dx&=x \int e^{x}dx-\int \left(\dfrac{dx}{dx}\int e^{x}dx\right)dx\\&=x e^{x}-\int [e^{x}]dx\\&=x e^{x}-e^{x}+C\end{align}\) A few important standard results(Bernoulli's formula): ∫ eax sin bx dx = eax /(a2 + b2)[a sin bx - b cos bx] + C ∫ eax cos bx dx = eax /(a2 + b2)[a cos bx + b sin bx] + C Integration of Rational Algebraic Functions To integrate the rational algebraic functions whose numerator and denominator contain some positive integral powers of x with the constant coefficients, we use integration by partial fractions and arrive at a few standard results that could be directly applied as integration formulas. ∫1/ (a2 - x2) dx = (1/2a) log|(a+x)/(a-x)| +C ∫1/ (x2 - a2) dx = (1/2a) log|(x-a)/(x+a)| +C ∫1/ √(x2 - a2) dx = log |x + √(x2 - a2)|+C ∫ 1/ √(x2 + a2) dx = log |x + √(x2 + a2)|+C ∫ 1/ √(a2 - x2) dx = sin-1 (x/a) +C ∫1/ (a2 + x2) dx = (1/a) tan -1 (x/a) + C Important notes Integration is an inverse process of differentiation. Always add the constant of integration after determining the integral of the function. If two functions, say f(x) and g(x) have same derivatives, then |f(x)-g(x)|= C, where C is some constant. ☛ Also Check: Integration of UV Formula Differentiation and integration formula Example 1: Integrate the function f(x)=2x sin(x2+1) with respect to x. Solution: Observe that the derivative of x2+1 is 2x. So, we will proceed with integration by substitution. Let x2+1=z Then, 2x dx = dz \(\begin{align}\int f(x) dx&=\int 2x \sin{(x^2+1)}dx\\&=\int \sin{z}dz\\&=-\cos{z}+C\\&=-\cos{(x^{2}+1)}+C\end{align}\) ∴\(\int 2x \sin{(x^2+1)}dx=-\cos{(x^{2}+1)}+C\) Example 2: Find the integral \(\int \dfrac{x^2+1}{x^2-5x+6}dx\). Solution: Observe that the function \(\dfrac{x^2+1}{x^2-5x+6}\) is an improper rational function. Thus we apply integration using partial fractions. On dividing this function, we get 5x-5 as the remainder. So, by long division, this can be written as \(\dfrac{x^2+1}{x^2-5x+6}=1+\dfrac{5x-5}{x^2-5x+6}\). By factorization, we have \(x^2-5x+6=(x-2)(x-3)\). So, \(1+\dfrac{5x-5}{x^2-5x+6}=1+\dfrac{5x-5}{(x-2)(x-3)}\) Let's proceed with partial fraction on \(\dfrac{5x-5}{(x-2)(x-3)}\). \(\begin{align}\dfrac{5x-5}{(x-2)(x-3)}=\dfrac{A}{x-2}+\dfrac{B}{x-3}\end{align}\) On comparing, we get, \(5x-5=A(x-3)+B(x-2)\). From this, we have a set of two linear equations. A+B =5 --------->(1) 3A+2B =5 --------->(2) On solving these equations (1) and (2) we get, A= -5 and B =10 \(1+\dfrac{5x-5}{x^2-5x+6}=1-\dfrac{5}{x-2}+\dfrac{10}{x-3}\). Integrate on both sides of equation, \(\begin{align}I&=\int \left(1+\dfrac{5x-5}{x^2-5x+6}\right)dx\\&=\int \left(1-\dfrac{5}{x-2}+\dfrac{10}{x-3}\right)dx\\&=\int dx-5\int \dfrac{dx}{x-2}+10\int \dfrac{dx}{x-3}\\&=x-5\log{|x-2|}+10\log{|x-3|}+C\end{align}\) Answer: ∴ \(x-5\log{|x-2|}+10\log{|x-3|}+C\) Example 3: If \(\dfrac{d}{dx}f(x)=4x^3-\dfrac{3}{x^4}\) and \(f(2)=0\), find the function \(f(x)\). Integration on both sides of the equation \(\dfrac{d}{dx}f(x)=4x^3-\dfrac{3}{x^4}\). \(\begin{align}\int \dfrac{d}{dx}f(x) dx&=\int \left(4x^3-\dfrac{3}{x^4}\right)dx\\f(x)&=4\left(\dfrac{x^4}{4}\right)-\dfrac{3x^{-3}}{-3}+C\\f(x)&=x^4+\dfrac{1}{x^{3}}+C\end{align}\) Use the condition f(2)=0 after integration, to find the value of C. \(\begin{align}f(2)&=0\\2^4+\dfrac{1}{2^{3}}+C&=0\\16+\dfrac{1}{8}+C&=0\\C&=-\dfrac{129}{8}\end{align}\) Answer: ∴ the function is \(f(x)=x^4+\dfrac{1}{x^{3}}-\dfrac{129}{8}\). Example 4: Calculate ∫ cos2 x dx Using the trigonometric identity, we have: \(\int \cos^{2}{x}dx=\int\left(\dfrac{1+\cos{(2x)}}{2}\right)\). On integration, we get \(\begin{align}\int \cos^{2}{x}dx&=\int\left(\dfrac{1+\cos{(2x)}}{2}\right)dx\\&=\dfrac{1}{2}\int dx+\dfrac{1}{2}\int \cos{(2x)}dx\\&=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{4}\sin{(2x)}+C\end{align}\) Answer: ∴ ∫ cos2 x dx = \dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{4}\sin{(2x)}+C\) View More > go to slidego to slidego to slidego to slide Breakdown tough concepts through simple visuals. Math will no longer be a tough subject, especially when you understand the concepts through visualizations. Book a Free Trial Class FAQs on Integration The process of finding the antiderivatives of functions also known as integrals is called integration. It is the technique of finding a function, g(x), the derivative of which d/dx(g(x)), is equal to the function f(x). It is represented as ∫ f(x) and it is called the indefinite integral of the function.∫ f(x)dx is the summation of the product of the function and its displacement along x. What is the Use of Integration? The definite integrals in integration are used to find the quantities like area, volume, etc., that can be interpreted as the area below the curve. The antiderivatives are found to help in calculating the definite integrals. What is The Integration of 1? The integration of 1 is (x+C). The integration of a constant, ie., ∫ a. dx = ax + C, where a is the constant. Here ∫1. dx = x + C What are The Methods of Integration of a Function? There are many methods to integrate a function. A few standard integrals are just finding the antiderivatives, for which the basic integration formulas are used. There are a few methods to be followed like substitution method, integration by parts, and integration using partial fractions. These are discussed here in this article. What Are The Rules of Integration? There are many rules of integration that help us find the integrals. the power rule, the sum and difference rules, the exponential rule, the reciprocal rule, the constant rule, the substitution rule, and the rule of integration by parts are the prominent ones. What is The Integration of √x? As per the power rule of integration, we know ∫ xn dx = (xn+1)/ (n+1)+ C. ∴ ∫ x½ . dx = (x½+1)/ (½+1)+ C. = (x3/2)/ (3/2)+ C = (2/3) x3/2 How Integration is Used in Real Life? The applications of integration in real life are mentioned below. In electrical engineering, we need a cable to connect two substations that are miles apart from each other. Integration helps us to find the exact length of the cable. In physics, integration is used to find the center of mass, the center of gravity, the velocity of an object, etc. In epidemiology, integral calculus is used to study the spread of an infectious disease. Why is integration important? Calculus is centered on the concepts of derivatives and integration. In mathematics, we use integration to find the areas, volumes, displacement, etc. In fact, the concept of integration in calculus gave birth to integral calculus. Integration of 2x is the process of finding the integral of 2x with respect to x. Using the integration rules such as integral of scalar multiple of a function and power rule of integration, we can determine the integration of 2x. As we know, integration is the reverse process of differentiation and hence, we can say that the integral of 2x is the antiderivative of 2x. Mathematically, the integration of 2x is written as ∫2x dx = x2 + C, where C is the integration constant. As we proceed, in this article, we will discover the integral of 2x and its formula. We will also determine the definite integration of 2x using its formula along with some examples for a better understanding of the concept. What is the Integration of 2x? The integration of 2x in calculus is equal to x square plus the constant of integration which is symbolically written as ∫2x dx = x2 + C, where ∫ is the symbol of the integral, dx shows that the integration of 2x is with respect to the variable x and C is the constant of integration. We can find the formula for the integral of 2x using various integration rules. Let us go through the formula of the integration of 2x in the next section. Integration of 2x Formula The formula for the integration of 2x is given by, ∫2x dx = x2 + C, with C as the integration constant. We can evaluate the integral of 2x using the antiderivative rules, namely the antiderivative rule for scalar multiplication of function and the antiderivative power rule. The image given below shows the formula for the integration of 2x: Integral of 2x Proof In this section, we will derive the integration of 2x using the antiderivative rules. We will use the following integration rules to compute the integral of 2x: ∫xn dx = xn+1/(n + 1), where n ≠ -1 → This rule is called the Power Rule of Integration ∫kf(x) dx = k ∫f(x) dx, where is k is a real number. → This rule is called the Antiderivative Rule for Scalar Multiple of Function Using the above rules of integration, we have ∫2x dx = 2 ∫x dx = 2 ∫x1 dx = 2 [x1+1/(1 + 1)] + C = 2 x2/2 + C = x2 + C (Cancelling out the 2s in the numerator and denominator) Hence, we have proved that the integration of 2x is equal to x2 + C, where C is the integration constant. Integration of 2x dx From 10 to 13 Definite integration is the value that is obtained by taking the difference of the antiderivative of the function at the upper limit and lower limit. Now that we know the formula for the integration of 2x which is given by x2 + C, next, we will evaluate the definite integral of 2x with limits ranging from 10 to 13. Therefore, we have \(\begin{align}\int_{10}^{13}2x \ dx &=\left [ x^2+C \right ]_{10}^{13}\\&=(13^2+C)-(10^2+C)\\&=169-100\\&=69 \end{align}\) Hence, the integral of 2x with limits ranging from 10 to 13 is equal to 69. Important Notes on Integration of 2x The integration of 2x is written as ∫2x dx = x2 + C, where C is the integration constant. Using the integration rules - Integral of scalar multiple of a function and power rule of integration, we can determine the integration of 2x. The integration of 2x with limits from a to b is given by [(b2 + C)-(a2 + C)]. Hence, the integral of 2x with limits ranging from 10 to 13 is equal to 69. ☛ Related Articles: Integration Formulas Applications of Integrals Integration Formulas Example 1: Evaluate the integration of 2x dx limit 1 to 12. Solution: To determine the value of the integral of 2x with limits from 1 to 12, we will use the formula for the integration of 2x which is ∫2x dx = x2 + C. \(\begin{align}\int_{1}^{12}2x \ dx &=\left [ x^2+C \right ]_{1}^{12}\\&=(12^2+C)-(1^2+C)\\&=144-1\\&=143 \end{align}\) Answer: Hence, the integral of 2x with limits from 1 to 12 is equal to 143. Example 2: Compute the value of integration of 2x by (1 + x2). Solution: To find the integral of 2x / (1 + x2), we will use the substitution method. Assume 1 + x2 = u ⇒ 2x dx = du, therefore we have ∫[2x / (1 + x2)] dx = ∫du/u = ln |u| + C = ln |1 + x2| + C Answer: Hence, the integration of 2x by (1 + x2) is ln |1 + x2| + C. View Answer > go to slidego to slide Breakdown tough concepts through simple visuals. Math will no longer be a tough subject, especially when you understand the concepts through visualizations. Book a Free Trial Class FAQs on Integration of 2x Integration of 2x is the process of finding the integral of 2x with respect to x. Mathematically, the integration of 2x is written as ∫2x dx = x2 + C, where C is the integration constant. What is the Formula of Integration of 2x? The formula for the integration of 2x is given by, ∫2x dx = x2 + C, with C as the integration constant. How Do You Solve the Integral of 2x? Using the integration rules such as integral of scalar multiple of a function and power rule of integration, we can determine the integration of 2x. What is the Definite Integration of 2x with Limits from 10 to 13? The integral of 2x with limits ranging from 10 to 13 is equal to 69. This can be calculated using the formula ∫2x dx = x2 + C. How to Find the Integration of 2x + 3? The integration of 2x + 3 can be determined as, ∫(2x + 3)dx = 2 ∫x dx + 3 ∫dx = x2 + 3x + C, where C is the integration constant. The integration rules used to find this integral of 2x + 3 are product rule, integral of constant and integration rule of scalar multiple of function. TutrsStringent selection, robust training, and continuous upskilling.To match your child's unique personality and learning style.Exam prep, Homework help, Advanced learning, and Remedial support.Helping 200,000+ students succeed!Received prestigious President's Education Awards Program from the President of US. Tops her class with an outstanding score of 77.5/80.Received prestigious Pradhan Mantri Rashtriya Bal Puraskar from the Prime Minister of India.Got Level 5 in the STAAR exam at the Renaissance Institute for Competitive Exams.Secured Rank 1 at SOF IMO Level 1 2023, by scoring an outstanding 100/100! Received prestigious President's Education Awards Program from the President of US. Tops her class with an outstanding score of 77.5/80.Received prestigious Pradhan Mantri Rashtriya Bal Puraskar from the Prime Minister of India.Got Level 5 in the STAAR exam at the Renaissance Institute for Competitive Exams.Secured Rank 1 at SOF IMO Level 1 2023, by scoring an outstanding 100/100! Received prestigious President's Education Awards Program from the President of US. Tops her class with an outstanding score of 77.5/80.Received prestigious Pradhan Mantri Rashtriya Bal Puraskar from the Prime Minister of India.Got Level 5 in the STAAR exam at the Renaissance Institute for Competitive Exams.My son started Cuemath in Grade 1 & now he is in Grade 7. All these years, I have been reassured for math subject! I'm sure he will continue with Cuemath till it serves!Cuemath has helped my kids learn math concepts and practice them in an online setting. It is a great online platform with 1:1 learning experience.Our daughter was losing interest in math. After 4-5 classes, I could see her asking for homework. She started liking math again and has now developed a lot of interest.Cuemath keeps introducing new methods, systems, & make it interesting for learners. Unlike the traditional teaching system, it has innovated a different way of teaching.My son has been taking coaching from Cuemath and is showing consistent improvement. It is mainly because of the standard curriculum, mentoring, supervision, & teaching.Have been a great platform with multiple avenues to augment my 8yr old’s math skills. Good support from teacher too!My son started Cuemath in Grade 1 & now he is in Grade 7. All these years, I have been reassured for math subject! I'm sure he will continue with Cuemath till it serves!Cuemath has helped my kids learn math concepts and practice them in an online setting. It is a great online platform with 1:1 learning experience.Our daughter was losing interest in math. After 4-5 classes, I could see her asking for homework. She started liking math again and has now developed a lot of interest.Cuemath keeps introducing new methods, systems, & make it interesting for learners. Unlike the traditional teaching system, it has innovated a different way of teaching.My son has been taking coaching from Cuemath and is showing consistent improvement. It is mainly because of the standard curriculum, mentoring, supervision, & teaching.Have been a great platform with multiple avenues to augment my 8yr old’s math skills. Good support from teacher too!We had a great experience with Cuemath. He started in 2021 and was quite weak but since joining Cuemath he has been getting better grades.Cuemath's app facilitates teacher-student interaction. The teacher in India understands our Australian math curriculum. We couldn't find such a teacher even locally.Private 1-to-1 tutoring that just works1-3 classes per week, with hassle-free scheduling.Customized learning plan for every child.Get regular insights on your child's progress.What is the frequency and duration of your classes?Typically, the number of classes is two per week for grades K to 8, and three per week for high school. But the schedule is flexible, according to your child’s requirements and availability. Also, each class runs for 55 minutes, extendable to an hour.What devices do I need for attending your classes?A desktop or laptop computer that supports video calling is necessary for attending our classes. We also highly recommend a writing tablet for the best learning experience.My child has specific learning requirements. Is your program flexible enough?Absolutely. Our tutors will always customize the classes according to what your child needs - be it homework help, exam or test prep, remedial support for past gaps, or advanced learning.Can your tutors teach the topics covered in my child’s school or curriculum?Our tutors are trained to teach according to various curricula across countries. Further, we have a fully customizable curriculum, tailored to your child’s needs.Can my child join anytime of the year?Yes. Our tutors always customize the learning plan according to your child’s needs, and the time left in the current academic year. If you wish to cover additional topics in the same time, you can always schedule extra classes.What if I don’t like the tutor?In the rare case that happens, please raise a ticket with our helpdesk. We’ll be happy to diagnose the issue, and find you a different tutor that aligns better with your child’s needs.What if I do not like your classes after I enroll? Will I get my money back?We have a no questions asked refund policy. If you’re unhappy with the experience, you can cancel anytime for a full refund of the unused classes.What happens if my child misses a Cuemath class?We have a flexible leave policy that allows for both planned and unplanned leaves. Just keep your tutor informed.How can I keep track of my child's maths progress?We have a dedicated parent app, that lets you track the progress of your child, and also lets you connect with their tutor.How do I enroll for your classes?Please tap on the ‘Get Started’ button. We’ll ask you a few questions about your child to understand their needs better. Once we receive the details, our admissions counselor will call you to match your child with the right tutor, and schedule a free trial class as per your availability. If you like the experience, you can choose a plan and make the payment to begin your classes.Affordable and personalized. Try a class for free.